

# Théorème de Pythagore

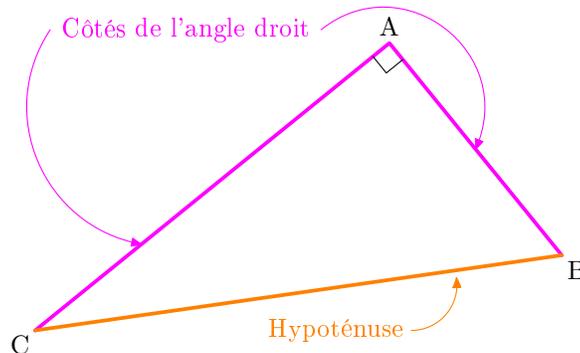
## Objectifs :

- Connaître le vocabulaire, les définitions et les propriétés du cours.
- Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle.
- Utiliser le théorème de Pythagore pour démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle.
- Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore pour démontrer qu'un triangle est rectangle.

## I Vocabulaire et notations

### Définitions

- On dit qu'un triangle est **rectangle** si l'un de ses trois angles est un angle droit.
- Dans un triangle rectangle, le côté opposé au sommet de l'angle droit est appelé **hypoténuse** ; c'est le côté le plus long du triangle.



### Définition de la racine carré d'un nombre positif

La racine **carré** d'un nombre positif  $a$  est le nombre positif dont le carré est  $a$ . Ce nombre est noté  $\sqrt{a}$  et on prononce "racine carré de  $a$ ".

### Exemples :

- $0^2 = 0$  donc  $\sqrt{0} = 0$
- $1^2 = 1$  donc  $\sqrt{1} = 1$
- $2^2 = 4$  donc  $\sqrt{4} = 2$
- $3^2 = 9$  donc  $\sqrt{9} = 3$
- $4^2 = 16$  donc  $\sqrt{16} = 4$
- $5^2 = 25$  donc  $\sqrt{25} = 5$
- $6^2 = 36$  donc  $\sqrt{36} = 6$
- $7^2 = 49$  donc  $\sqrt{49} = 7$
- $8^2 = 64$  donc  $\sqrt{64} = 8$
- $9^2 = 81$  donc  $\sqrt{81} = 9$
- $10^2 = 100$  donc  $\sqrt{100} = 10$
- $11^2 = 121$  donc  $\sqrt{121} = 11$
- $12^2 = 144$  donc  $\sqrt{144} = 12$
- 17 n'est pas un carré parfait mais  $16 < 17 < 25$  donc  $4 < \sqrt{17} < 5$ .

On appelle **carré parfait** le carré d'un nombre entier positif. Voici la liste des quinze premiers carrés parfaits :

Nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Carré	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225

### Utiliser sa calculatrice

► Pour déterminer le carré d'un nombre positif, on utilise la touche  $x^2$  :

pour calculer le carré de 2,5 on tape la séquence  $2$   $.$   $5$   $x^2$   $EXE$



et la calculatrice affiche  $2,5^2 = 6,25$  d'où  $2,5^2 = 6,25$

► Pour déterminer le nombre positif dont on nous donne le carré, on utilise la touche  $\sqrt{\quad}$ , que l'on atteint en tapant  $SHIFT$   $x^2$ . Pour calculer le nombre positif dont le carré est égal à 441, on tape la séquence  $\sqrt{\quad}$   $4$   $4$   $1$   $EXE$



et la calculatrice affiche  $\sqrt{441} = 21$  d'où  $\sqrt{441} = 21$

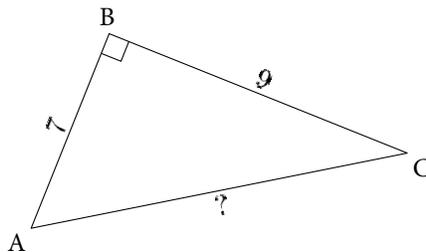
## II Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle

### Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle,  
**alors** le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux côtés de l'angle droit.

## Exemples d'utilisation

### ► Calculer la longueur de l'hypoténuse



On sait que le triangle ABC est rectangle en B. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

En remplaçant les longueurs connues par leurs valeurs, on obtient :

$$AC^2 = 7^2 + 9^2$$

$$AC^2 = 49 + 81$$

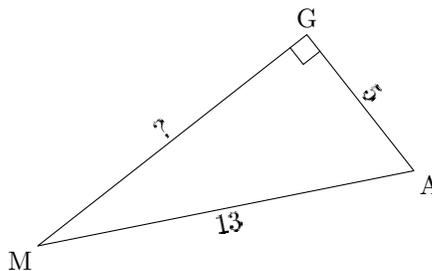
$$AC^2 = 130$$

En utilisant la touche  de la calculatrice, on trouve :

$$AC = \sqrt{130} \approx 11,4$$

Donc la longueur du côté [AC] est 11,4 environ.

### ► Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit



On sait que le triangle MAG est rectangle en G. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore :

$$MA^2 = GM^2 + GA^2$$

En remplaçant les longueurs connues par leurs valeurs, on obtient :

$$13^2 = GM^2 + 5^2$$

$$169 = GM^2 + 25$$

$$GM^2 = 169 - 25$$

$$GM^2 = 144$$

En utilisant la touche  de la calculatrice, on trouve :

$$GM = \sqrt{144} = 12$$

Donc la longueur du côté [GM] est 12.